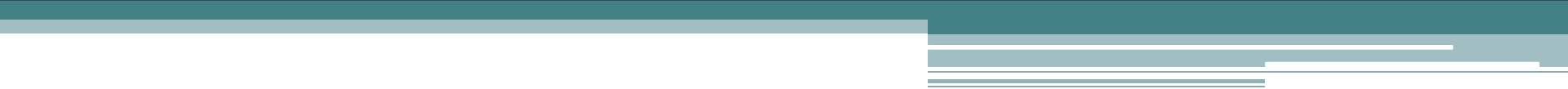


ANALYSIS OF VARIANCE (ANOVA)

A series of horizontal lines in teal and light blue colors, some solid and some dashed, extending across the bottom of the slide.

Materi Kuliah

- Pendahuluan ANOVA
- Uji dengan ANOVA
- Post hoc procedure

PENDAHULUAN

- Jika uji t digunakan untuk membandingkan 2 rata-rata/parameter sampel → ANOVA digunakan untuk membandingkan rata-rata lebih dari 2 sampel
- **Contoh:**
 - Membandingkan rata-rata konsentrasi protein dalam larutan Sampel yang disimpan di bawah kondisi yang berbeda
 - Membandingkan rata-rata hasil analit dengan berbagai metode
 - Membandingkan hasil titrasi yang diperoleh oleh analis yang

Asumsi Pada uji ANOVA

- Populasi-populasi yang akan diuji berdistribusi normal
- Varians untuk masing-masing populasi adalah sama
- Sampel tidak berhubungan satu sama lain

Types of ANOVA

One-way → One fixed factor (levels set by investigator) which can have either an unequal (unbalanced) or equal (balanced) number of observations per treatment combination.

Two-way → Two fixed factors and requires a balanced design.

Balanced Model → may contain any number of fixed and random factors (levels are randomly selected), and crossed and nested factors, but requires a balanced design.

General Linear Model → Expands on Balanced ANOVAs by allowing unbalanced designs and covariates (continuous variables)

Hipotesis ANOVA 1 Arah

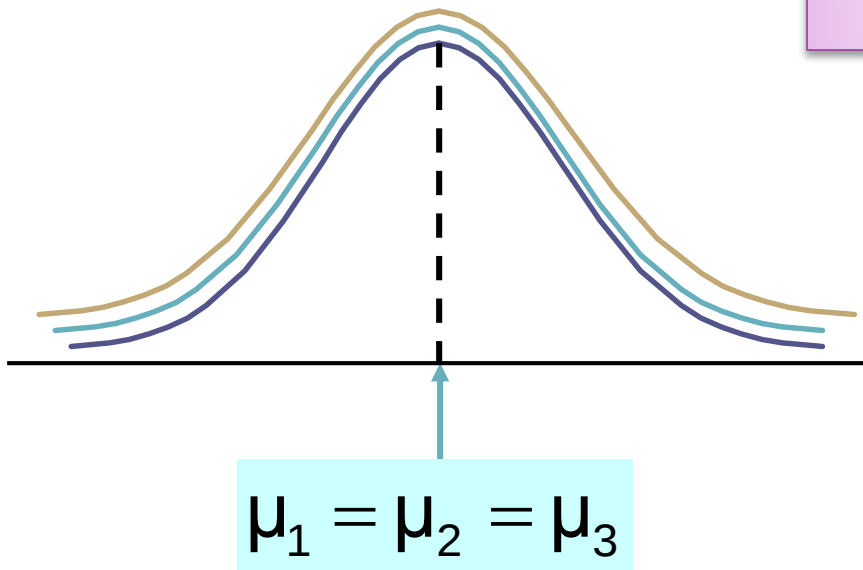
- $H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \dots = \mu_k$
 - Seluruh mean populasi adalah sama
 - $M_1 - M_2 = M_2 - M_3 = \dots = M_{k-1} - M_k = 0$
 - $H_A : \text{Tidak seluruh mean populasi adalah sama}$
 - Tidak seluruh mean populasi berbeda (beberapa pasang mungkin sama)

ANOVA 1 Faktor

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \cdots = \mu_k$$

H_A : Tidak seluruh μ_i sama

Semua mean bernilai sama
Hipotesis nol adalah benar



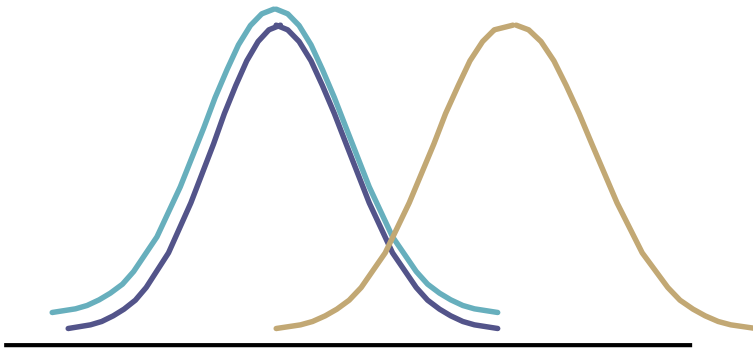
ANOVA 1 Faktor

(sambungan)

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \cdots = \mu_k$$

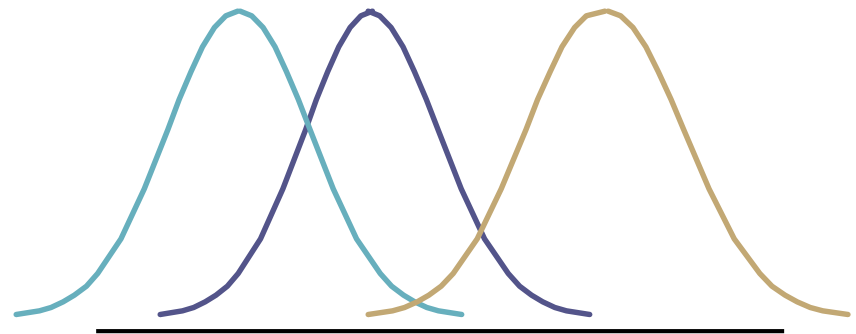
H_A : Tidak semua μ_i sama

Minimal ada 1 mean yg berbeda
Hipotesis nol tidak benar
(Terdapat efek treatment)



$$\mu_1 = \mu_2 \neq \mu_3$$

or



$$\mu_1 \neq \mu_2 \neq \mu_3$$

Partisi Variasi

$$SST = SSB + SSW$$

Variasi Total = penyebaran agregat nilai data individu melalui beberapa level faktor (SST)

Between-Sample Variation = penyebaran diantara mean sampel faktor (SSB)

Within-Sample Variation = penyebaran yang terdapat diantara nilai data dalam sebuah level faktor tertentu (SSW)

Partisi Variasi Total

Variasi Total (SST)

$$= \text{Variasi Faktor (SSB)} + \text{Variasi *Random Sampling* (SSW)}$$

Mengacu pada:

- Sum of Squares Between
- Sum of Squares Among
- Sum of Squares Explained
- Among Groups Variation

Mengacu pada:

- Sum of Squares Within
- Sum of Squares Error
- Sum of Squares Unexplained
- Within Groups Variation

Jumlah Kuadrat Total (Total Sum of Squares)

$$SST = SSB + SSW$$

$$SST = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{n_i} (x_{ij} - \bar{\bar{x}})^2$$

Yang mana:

SST = Total sum of squares/Jumlah Kuadrat Total

k = jumlah populasi (levels or treatments)

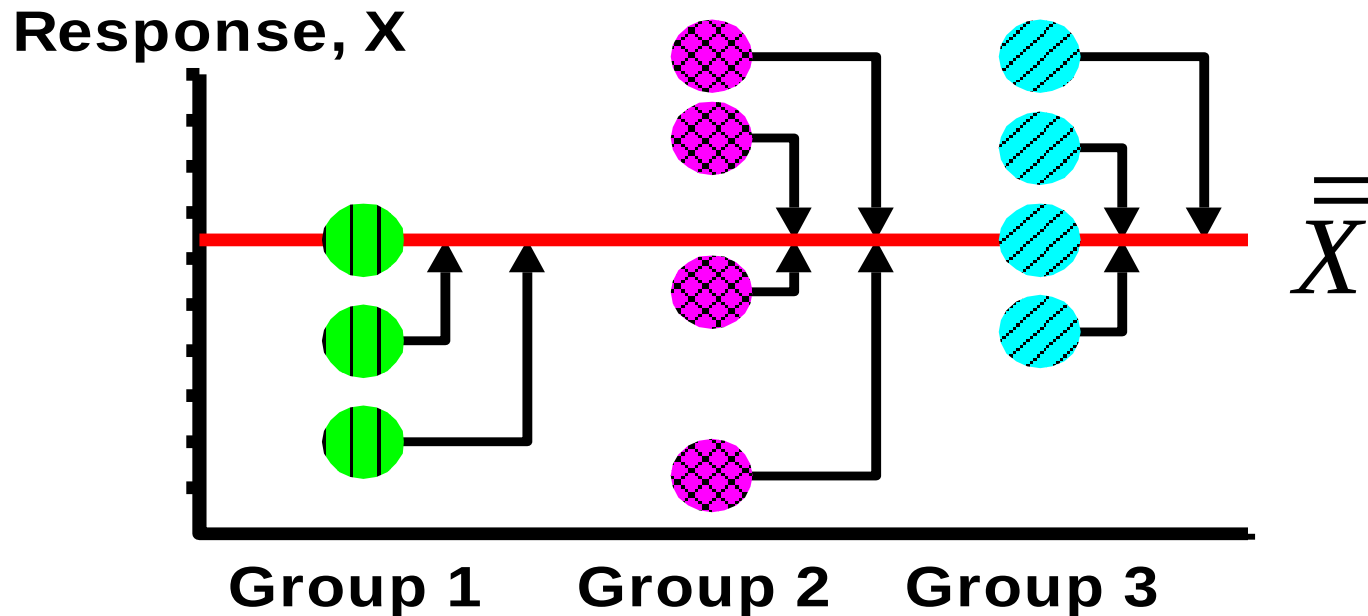
n_i = ukuran sampel dari populasi i

x_{ij} = pengukuran ke-j dari populasi ke-i

$\bar{\bar{x}}$ = mean keseluruhan (dari seluruh nilai data)

Variasi Total

$$SST = (x_{11} - \bar{\bar{X}})^2 + (x_{12} - \bar{\bar{X}})^2 + \dots + (x_{kn_k} - \bar{\bar{X}})^2$$



Jumlah Kuadrat Antara (*Sum of Squares Between*)

$$SST = SSB + SSW$$

$$SSB = \sum_{i=1}^k n_i (\bar{x}_i - \bar{\bar{x}})^2$$

Yang mana

SSB = Sum of squares between

k = jumlah populasi

n_i = ukuran sampel dari populasi i

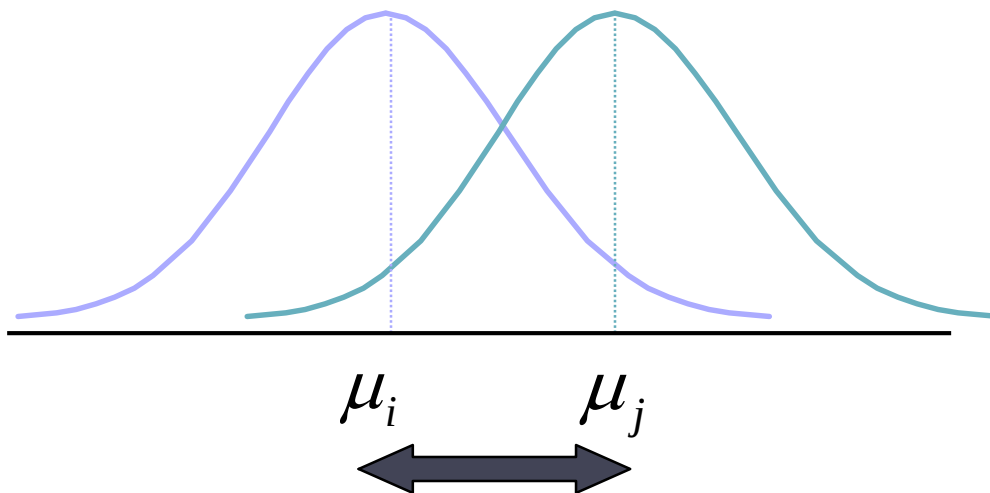
$\bar{x}_i$ = mean sampel dari populasi i

$\bar{\bar{x}}$ = mean keseluruhan (dari seluruh nilai data)

Variasi Diantara Group/Kelompok

$$SSB = \sum_{i=1}^k n_i (\bar{x}_i - \bar{\bar{x}})^2$$

Perbedaan variasi antar kelompok



$$MSB = \frac{SSB}{k - 1}$$

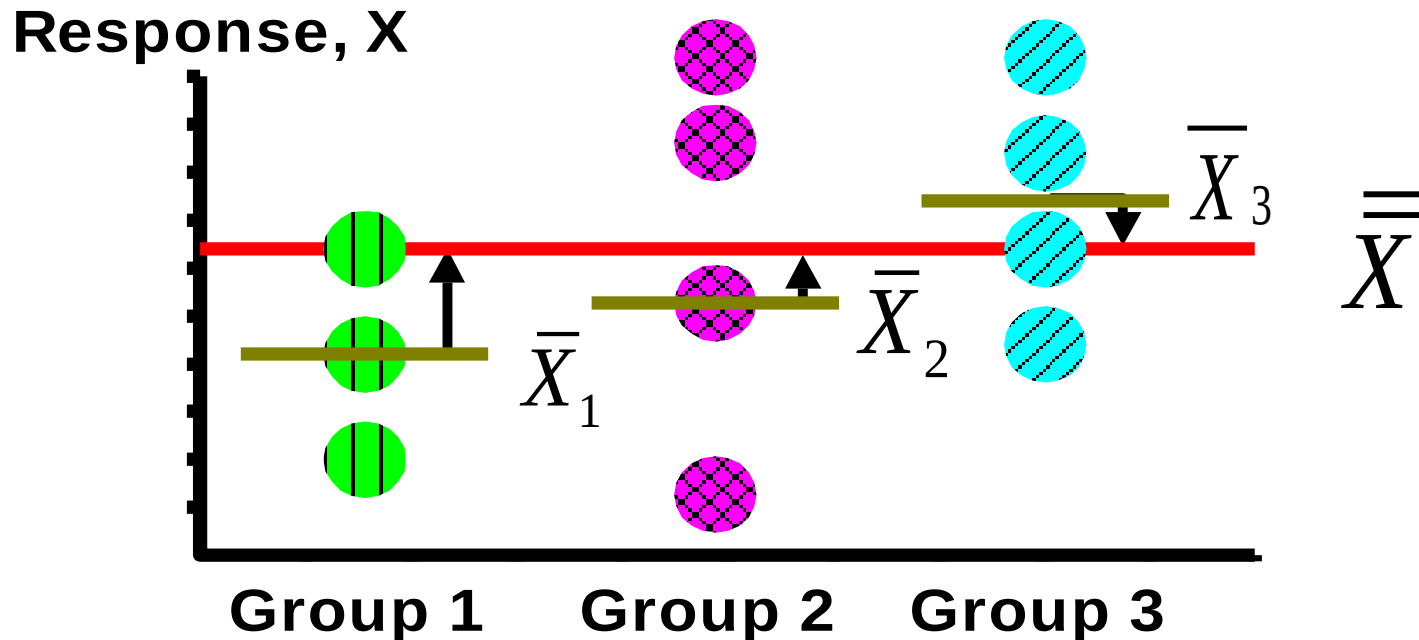
Mean Square Between =
SSB/degrees of freedom

• *degrees of freedom :*
derajat kebebasan

Variasi Diantara Group/Kelompok

(sambungan)

$$SSB = n_1(\bar{x}_1 - \bar{\bar{x}})^2 + n_2(\bar{x}_2 - \bar{\bar{x}})^2 + \dots + n_k(\bar{x}_k - \bar{\bar{x}})^2$$



Jumlah Kuadrat Dalam (Sum of Squares Within)

$$SST = SSB + SSW$$

$$SSW = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{n_j} (x_{ij} - \bar{x}_i)^2$$

Where:

SSW = Sum of squares within

k = jumlah populasi

n_i = ukuran sampel dari populasi i

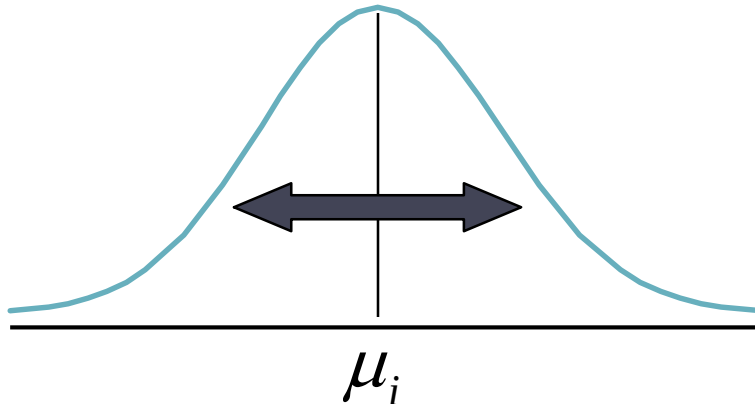
x_i = mean sampel dari populasi i

x_{ij} = pengukuran ke-j dari populasi ke-i

Variasi Dalam Kelompok (Within-Group Variation)

$$SSW = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{n_j} (x_{ij} - \bar{x}_i)^2$$

Penjumlahan variasi dalam setiap group dan kemudian penambahan pada seluruh group



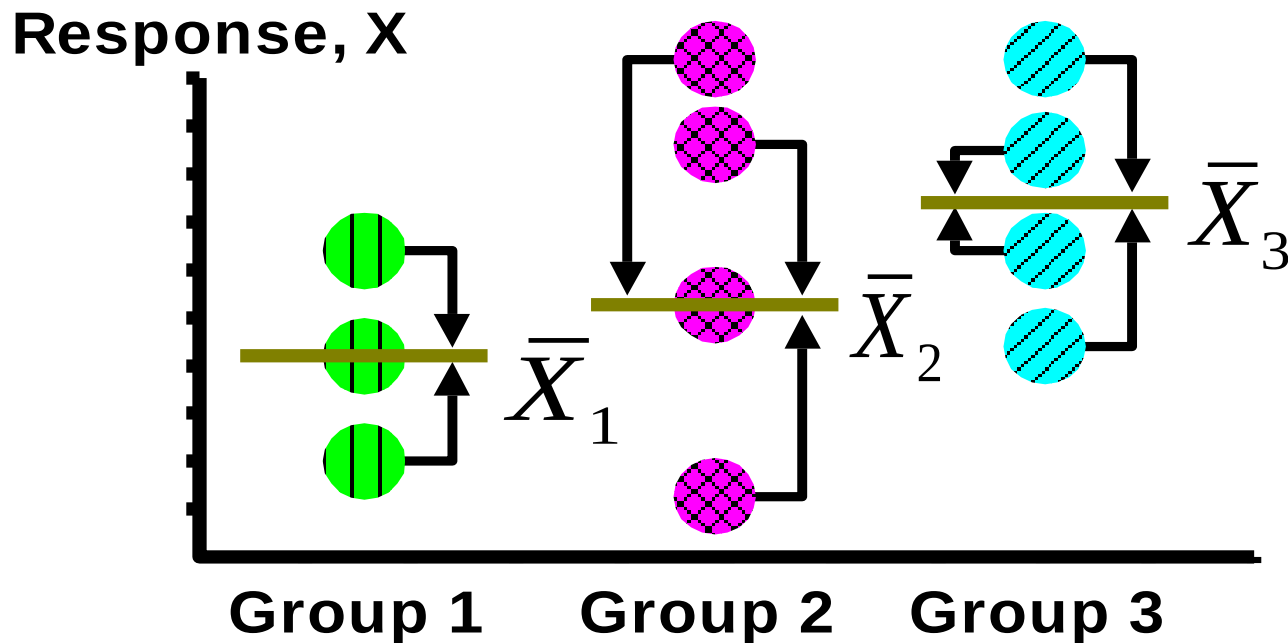
$$MSW = \frac{SSW}{N - k}$$

Mean Square Within =
SSW/degrees of freedom

Variasi Dalam Kelompok (Within-Group Variation)

(continued)

$$SSW = (x_{11} - \bar{x}_1)^2 + (x_{12} - \bar{x}_2)^2 + \dots + (x_{kn_k} - \bar{x}_k)^2$$



Tabel ANOVA 1 Arah (*One-Way ANOVA*)

Source of Variation	SS	df	MS	F ratio
Between Samples	SSB	$k - 1$	$MSB = \frac{SSB}{k - 1}$	$F = \frac{MSB}{MSW}$
Within Samples	SSW	$N - k$	$MSW = \frac{SSW}{N - k}$	
Total	$SST = SSB + SSW$	$N - 1$		

k = jumlah populasi

N = jumlah ukuran sampel dari seluruh populasi

df = degrees of freedom/derajat kebebasan

CONTOH ANALISIS ANOVA

Suatu industry farmasi memproduksi tablet salut enteric dengan menggunakan 3 fasilitas yang berbeda, yakni fasilitas A, fasilitas B dan Fasilitas C. Sampel-sampel diambil secara periodic. Sebanyak 15 sampel tablet diambil dan beratnya ditimbang. Hasilnya adalah sebagai berikut:

Pertanyaannya: apakah ada perbedaan berat tablet antara 3 fasilitas?

Data berat tablet dengan fasilitas A, B dan C

Tablet	Fasilitas A	Fasilitas B	Fasilitas C
1	277.3	271.6	275.5
2	280.3	274.8	274.2
3	279.1	271.2	267.5
4	275.2	277.6	274.2
5	273.6	274.5	270.5
6	276.7	275.7	284.4
7	281.7	276.1	275.6
8	278.7	275.9	277.1
9	278.4	275.5	272.3
10	272.9	274	273.4
11	274.7	274.9	275.1
12	276.8	269.2	273.7
13	269.1	283.2	268.7
14	276.3	280.6	275
15	273.1	274.6	268.3

Jawab:

langkah-langkah mengerjakan ANOVA

- Lihat kembali Tabel ANOVA dan lakukan langkah-langkah sebagai berikut:
 1. Hitung sum square between (SSB) dan tentukan df untuk SSB, lalu hitung mean square between (MSB)
 2. Hitung sum square within (SSW) dan tentukan df untuk SSW, lalu hitung mean square within (MSW)
 3. Hitung F hitung
 4. Bandingkan dengan F tabel
 5. Buat keputusan

1. SSB, df dan MSB

$$SSB = \sum_{i=1}^k n_i (\bar{x}_i - \bar{\bar{x}})^2$$

Rerata A	276.26	1.38	20.73
Rerata B	275.29	0.04	0.65
Rerata C	273.70	1.92	28.75
rata-rata	275.08		
		SSB	50.13

Nilai df adalah = $k-1$ atau $3-1 = 2$

$$MSB = \frac{SSB}{k-1}$$

$$MSB = \frac{50,13}{2} = 25,06$$

2. SSW, df dan MSW

$$SSW = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{n_j} (x_{ij} - \bar{x}_i)^2$$

$$MSW = \frac{SSW}{N - k}$$

Dengan df = jumlah data (N) dikurangi kelompok perlakuan (k)

Nilai df adalah $\rightarrow 45 - 3 = 42$

SSW A	149.26
SSW B	167.93
SSW C	241.94
SSW	559.13

$$MSW = \frac{559,13}{42} = 13,31$$

3. Hitung nilai F hitung

$$F_{hitung} = \frac{MSB}{MSW}$$

$$F_{hitung} = \frac{25,06}{13,31} = 1,88$$

4. Nilai F kritik

- Nilai F-kritik terkait dengan 2 derajat bebas yang terpisah.
- Derajat bebas pembilang (v_1) setara dengan banyaknya perlakuan – 1 atau $(k-1)$
- Serajad bebas penyebut (v_2) sama dengan jumlah data (N) – perlakuan (k) atau $N-k$

Tabel F

- Nilai F tabel sebesar 3,23
- Dengan demikian $F_{hitung} < F_{tabel}$
- Keputusannya: hipotesis nol diterima berarti rata-rata berat tablet untuk 3 fasilitas adalah sama

Output dengan SPSS

```
ONEWAY bertablet BY fasilitas  
/MISSING ANALYSIS.
```

Oneway

[DataSet0]

ANOVA

fasilitas

	Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Between Groups	50.134	2	25.067	1.883	.165
Within Groups	559.125	42	13.313		
Total	609.259	44			

Contoh 2

- Suatu industry A menerima 3 batch sampel minyak dari pemasok bahan baku yang sama. Sampel diambil dari drum pada tiap batch dan dilakukan pengukuran viskositasnya untuk mengetahui apakah viskositas minyak sama atau tidak.

batch A	batch B	batch C
10.23	10.24	10.25
10.33	10.28	10.2
10.28	10.2	10.21
10.27	10.21	10.18
10.3	10.26	10.22

Apakah ada perbedaan viskositas ketiga batch??

Table A.3 Critical values of F for a one-tailed test ($P = 0.05$)

v_2	v_1												
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20
1	161.4	199.5	215.7	224.6	230.2	234.0	236.8	238.9	240.5	241.9	243.9	245.9	248.0
2	18.51	19.00	19.16	19.25	19.30	19.33	19.35	19.37	19.38	19.40	19.41	19.43	19.45
3	10.13	9.552	9.277	9.117	9.013	8.941	8.887	8.845	8.812	8.786	8.745	8.703	8.660
4	7.709	6.944	6.591	6.388	6.256	6.163	6.094	6.041	5.999	5.964	5.912	5.858	5.803
5	6.608	5.786	5.409	5.192	5.050	4.950	4.876	4.818	4.772	4.735	4.678	4.619	4.558
6	5.987	5.143	4.757	4.534	4.387	4.284	4.207	4.147	4.099	4.060	4.000	3.938	3.874
7	5.591	4.737	4.347	4.120	3.972	3.866	3.787	3.726	3.677	3.637	3.575	3.511	3.445
8	5.318	4.459	4.066	3.838	3.687	3.581	3.500	3.438	3.388	3.347	3.284	3.218	3.150
9	5.117	4.256	3.863	3.633	3.482	3.374	3.293	3.230	3.179	3.137	3.073	3.006	2.936
10	4.965	4.103	3.708	3.478	3.326	3.217	3.135	3.072	3.020	2.978	2.913	2.845	2.774
11	4.844	3.982	3.587	3.357	3.204	3.095	3.012	2.948	2.896	2.854	2.788	2.719	2.646
12	4.747	3.885	3.490	3.259	3.106	2.996	2.913	2.849	2.796	2.753	2.687	2.617	2.544
13	4.667	3.806	3.411	3.179	3.025	2.915	2.832	2.767	2.714	2.671	2.604	2.533	2.459
14	4.600	3.739	3.344	3.112	2.958	2.848	2.764	2.699	2.646	2.602	2.534	2.463	2.388
15	4.543	3.682	3.287	3.056	2.901	2.790	2.707	2.641	2.588	2.544	2.475	2.403	2.328
16	4.494	3.634	3.239	3.007	2.852	2.741	2.657	2.591	2.538	2.494	2.425	2.352	2.276
17	4.451	3.592	3.197	2.965	2.810	2.699	2.614	2.548	2.494	2.450	2.381	2.308	2.230
18	4.414	3.555	3.160	2.928	2.773	2.661	2.577	2.510	2.456	2.412	2.342	2.269	2.191
19	4.381	3.522	3.127	2.895	2.740	2.628	2.544	2.477	2.423	2.378	2.308	2.234	2.155
20	4.351	3.493	3.098	2.866	2.711	2.599	2.514	2.447	2.393	2.348	2.278	2.203	2.124

v_1 = number of degrees of freedom of the numerator; v_2 = number of degrees of freedom of the denominator.

Dengan spss

→ Oneway

[DataSet0] C:\Documents and Settings\Ahza\My Documents\Data Bapaak\Kuli

ANOVA

viskositas

	Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Between Groups	.013	2	.006	5.943	.016
Within Groups	.013	12	.001		
Total	.025	14			



MANA YANG BERBEDA????

Post hoc procedure

- Jika uji ANOVA menyatakan hipotesis null ditolak, maka harus dilanjutkan dengan post hoc procedure
- Prosedur ini digunakan untuk melihat kelompok mana yang berbeda dengan kelompok lainnya

Jenis post hoc procedure

 One-Way ANOVA: Post Hoc Multiple Comparisons 

Equal Variances Assumed

☐ <u>L</u> SD	☐ <u>S</u> -N-K	☐ <u>W</u> aller-Duncan
☐ <u>B</u> onferroni	☐ <u>T</u> ukey	Type I/Type II Error Ratio: 100
☐ Sidak	☐ Tukey's-b	☐ Dunnett
☐ Scheffe	☐ Duncan	Control Category: Last
☐ R-E-G-W F	☐ Hochberg's GT2	Test ☒ 2-sided ☐ < Control ☐ > Control
☐ R-E-G-W Q	☐ Gabriel	

Equal Variances Not Assumed

☐ Tamhane's T2	☐ Dunnett's T3	☐ Games-Howell	☐ Dunnett's C
---------------------------------------	---------------------------------------	---------------------------------------	--------------------------------------

Significance level: